

Segmentation en assurance et problématiques de gestion des risques associées en mortalité

13 septembre 2013, version 1.0

Aymric Kamega, Actuaire
aymric.kamega@univ-brest.fr

1. Introduction

2. Exemple : modélisation de la mortalité future

3. Conclusion

1.1 Segmentation : ASA (allocation stratégique d'actifs) et provision *best estimate*

La recherche du niveau de segmentation optimal représente un enjeu important pour les assureurs, que ce soit dans le cadre de la constitution d'une allocation stratégique d'actifs (cf. par exemple [ces supports](#) ou [cet ouvrage](#)) ou dans le cadre d'un calcul d'une provision *best estimate* (cf. par exemple [ce billet](#) ou [ce mot de l'actuaire](#)). Des références utiles sur ce sujet sont présentées sur [cette page](#).

La démarche à suivre dans ces situations consiste alors à identifier et contrôler le niveau des risques susceptibles d'augmenter avec le niveau de finesse de la segmentation.

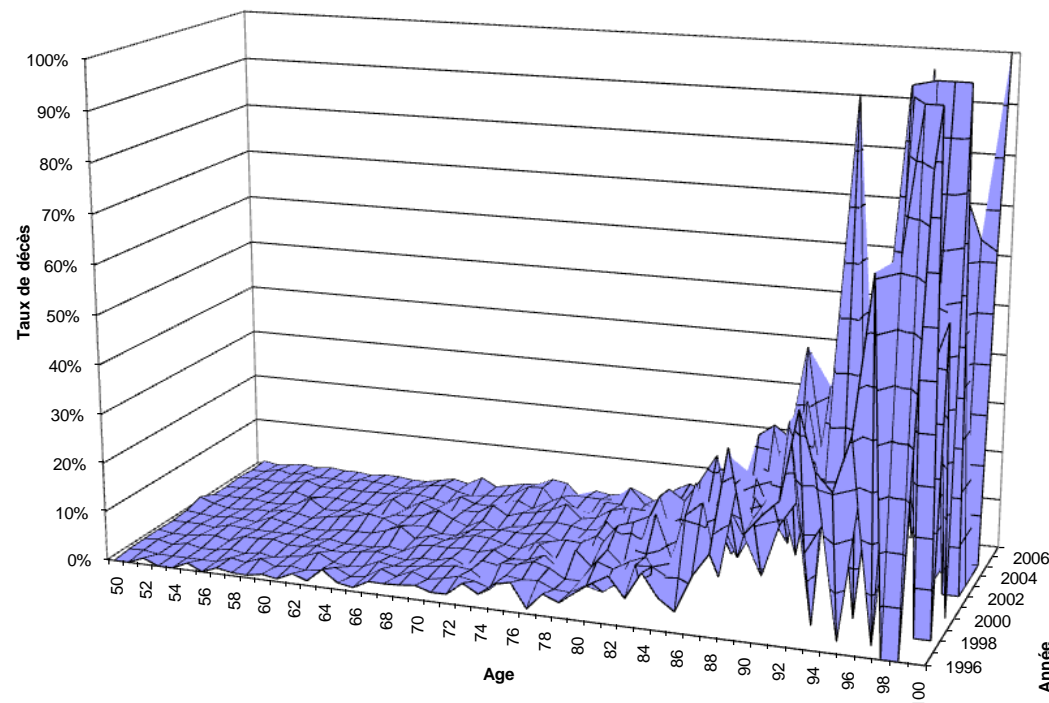
A cet effet, en prenant l'exemple d'un calcul de *best estimate* en assurance vie, on accorde classiquement une attention particulière au risque d'estimation associé à la construction des tables de mortalité d'expérience. C'est notamment ce qui est proposé [ici](#) pour une segmentation par sous-population (dans un contexte d'hétérogénéité), ou [ici](#) pour une segmentation par année (dans un contexte de rentes).

2. Modélisation de la mortalité future

2.1 Données et méthode

On suppose disposer de données relatives à un régime de retraite de 1996 à 2007 avec une exposition au risque concentrée sur la plage d'âge 50-100 ans.

L'exposition annuelle globale est d'environ 20 000, avec un *sex-ratio* de 40 %.



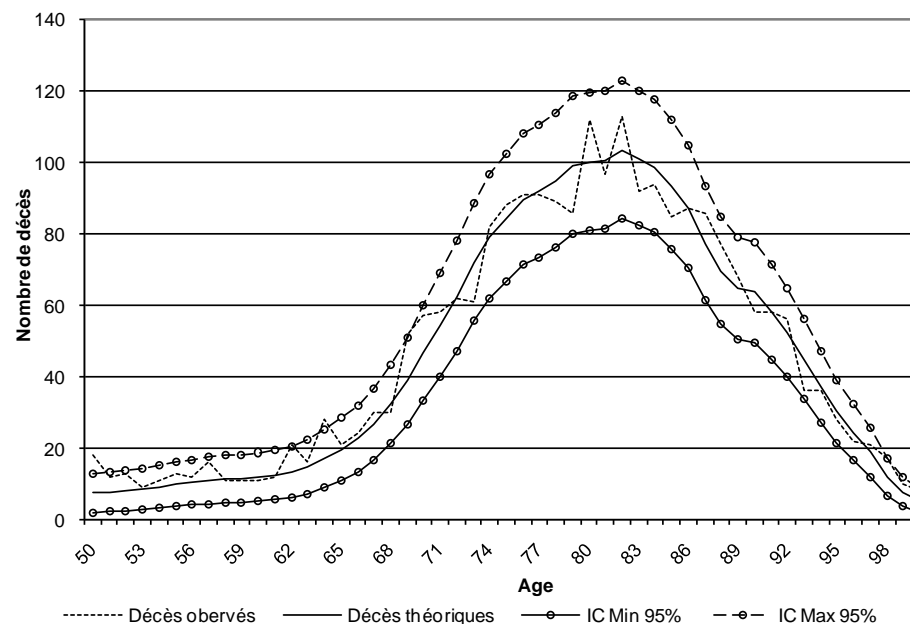
Aussi, il a été décidé de s'appuyer sur une référence externe (les tables réglementaires françaises TGH/F05) et de construire les tables d'expérience H/F en positionnant la mortalité d'expérience par rapport à cette référence. L'ajustement est effectué sur les tables du moment reconstituées de 1996 à 2007.

$$\ln\left(\frac{\hat{q}_{xt}}{1-\hat{q}_{xt}}\right) = a \times \ln\left(\frac{q_{xt}^{réf}}{1-q_{xt}^{réf}}\right) + b + \varepsilon_{xt}$$

2. Modélisation de la mortalité future

2.2 Validation de la table construite et mesure du risque d'estimation

La table obtenue est classiquement validée en comparant les décès théoriques et observés âge par âge sur l'ensemble de la période d'observation. On obtient pour les hommes les résultats ci-après. Le niveau élevé des erreurs relatives sur les nombres de décès impose une attention particulière sur l'analyse des risques.



On cherche désormais à mesurer l'impact des fluctuations d'échantillonnage sur l'estimation des paramètres du modèle retenu pour ajuster les taux de décès.

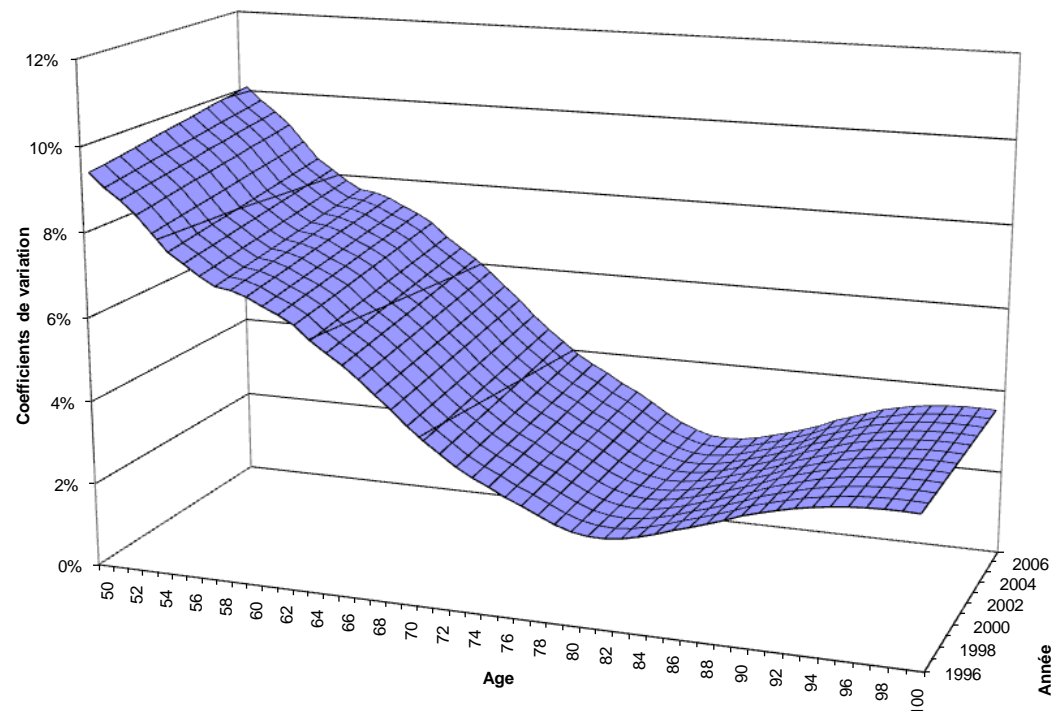
Le principe est de simuler des décès dans la loi binomiale $B(R_{xt}; \hat{q}_{xt})$ et d'en déduire des taux de décès simulés :

$$\hat{q}_{xt}^k = d_{xt}^k / R_{xt}$$

2.3 Illustration du risque d'estimation

On construit ainsi des taux ajustés simulés (avec 5 000 tirages) ; le coefficient de variation de ces taux simulés a l'allure suivante :

$$\ln \left(\frac{q_{xt}^k}{1 - q_{xt}^k} \right) = \hat{a}^k \ln \left(\frac{q_{xt}^{réf}}{1 - q_{xt}^{réf}} \right) + \hat{b}^k$$

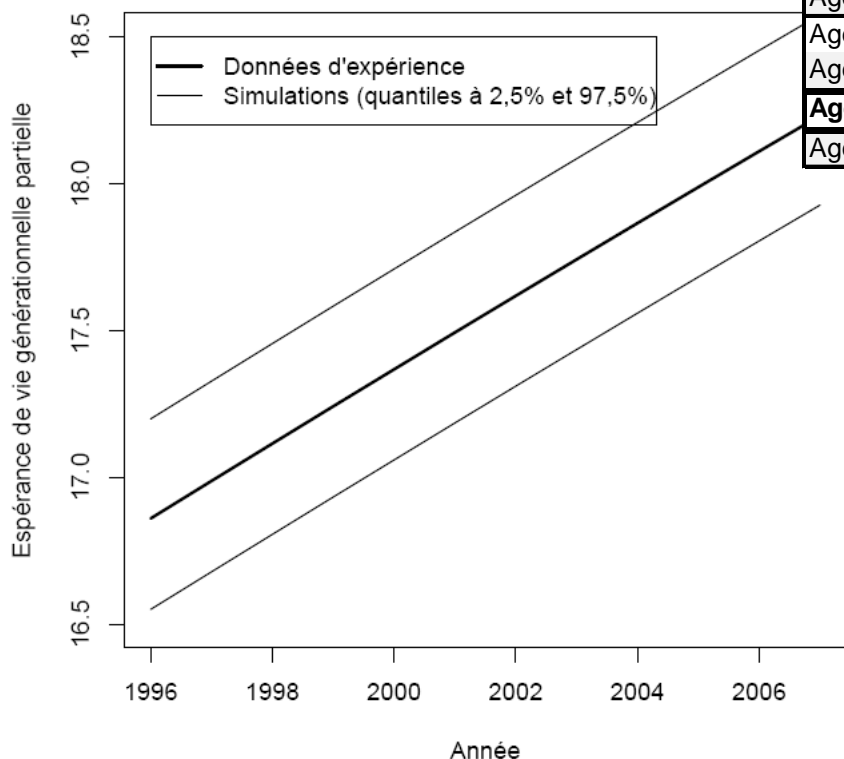


Sur la base de ces taux ré-échantillonnés on souhaite construire un encadrement de la table ajustée. À cet effet, on s'appuie sur l'espérance de vie générationnelle :

$$EV_{xt|n} = \sum_{h=1}^n \prod_{u=0}^{h-1} (1 - q_{x+u,t+u})$$

2.4 Quantification du risque d'estimation

On a typiquement :



Esp, de vie gén, partielle (pour t=1996)	Données d'expérience (1)	Simulations à partir des données d'expérience			
		Quantile à 2,5% (2)	Ecart relatif (2)/(1)-1	Quantile à 97,5% (3)	Ecart relatif (3)/(1)-1
Age: 50 / Age fin: 90	32,7	32,2	-1,6%	33,3	1,7%
Age: 60 / Age fin: 90	22,7	22,3	-1,7%	23,1	1,9%
Age: 67 / Age fin: 90	16,1	15,8	-1,7%	16,4	1,9%
Age: 70 / Age fin: 90	13,5	13,2	-1,7%	13,7	1,8%
Age: 50 / Age fin: 95	33,9	33,3	-1,7%	34,5	1,9%
Age: 60 / Age fin: 95	23,6	23,2	-1,8%	24,0	2,0%
Age: 67 / Age fin: 95	16,9	16,5	-1,8%	17,2	2,0%
Age: 70 / Age fin: 95	14,2	13,9	-1,9%	14,5	2,0%

Sur les EV partielles, on note des écarts d'environ 2% relativement stables en fonction des âges de référence retenus.

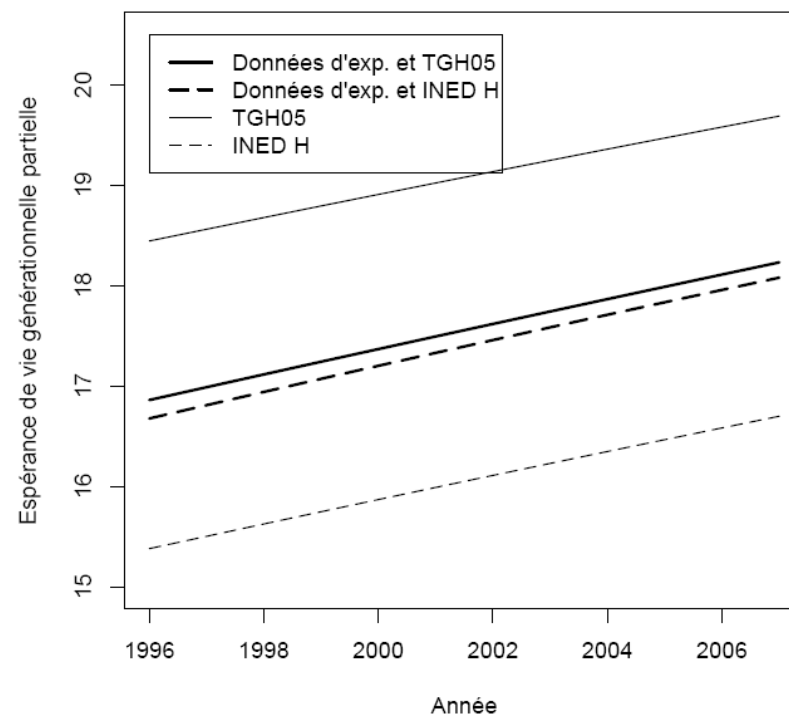
L'écart sur la provision *best estimate* des engagements du régime est du même ordre (écart de 1,5 %, donc plus faible compte tenu de l'effet actualisation).

2.5 Comparaison avec le risque d'avis d'expert

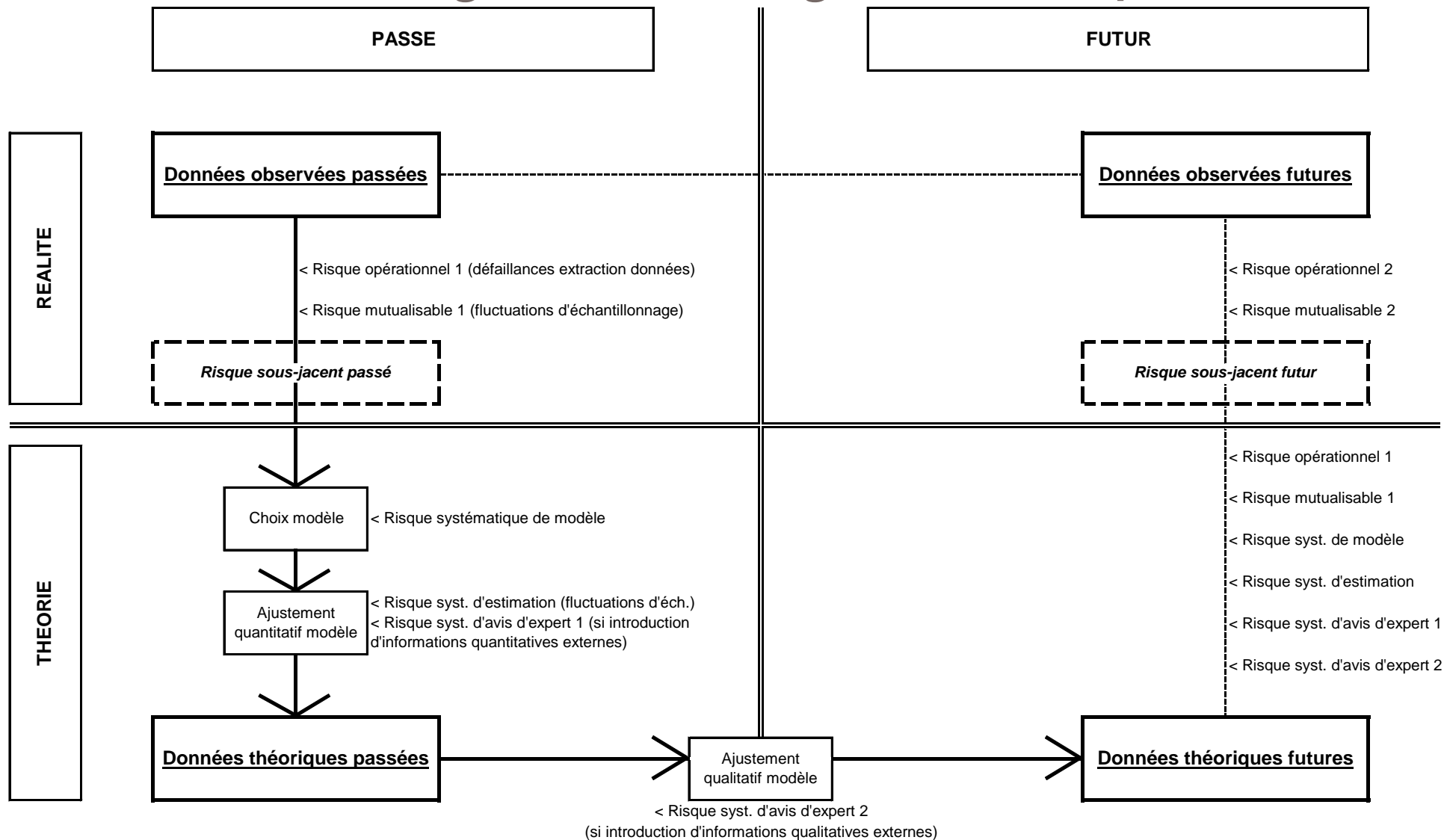
On compare désormais l'ajustement du modèle à partir de 2 jeux de tables prospectives de référence : les tables de la population assurée française (tables TGH/F 05) et celles de la population générale française (tables de l'INED).

L'impact est d'environ 1% de l'EV partielle, soit la moitié du risque d'estimation au titre des fluctuations d'échantillonnage.

Esp. de vie gén. partielle (pour t=1996) Age: 67 / Age fin: 95		Ecart relatif avec (1)
Données d'expérience / Positionnement table population assurée (TGH05) (1)	16,9	0,0%
Quantile à 2,5% (simulations et positionnement TGH05)	16,5	-1,8%
Quantile à 97,5% (simulations et positionnement TGH05)	17,2	2,0%
Données d'expérience / Positionnement table population générale (INED H)	16,7	-1,1%
Table population assurée (TGH05)	18,4	9,4%
Table population générale (INED H)	15,4	-8,8%



3.1 Conclusion sur la segmentation et la gestion des risques



3.1 Conclusion sur la segmentation et la gestion des risques

De manière générale, une réflexion s'impose ainsi sur la prise en compte de risques augmentant avec la finesse de la segmentation, à savoir :

- le risque opérationnel (suite à une plus grande [exigence dans les données](#) et dans la qualification du personnel),
- le risque mutualisable (suite à une plus faible mutualisation),
- le risque de modèle (suite à une plus grande complexité des choix de modèles),
- le risque d'estimation (suite à la dégradation de la qualité statistique des estimateurs),
- le risque d'avis d'expert (suite à l'augmentation de la [prise en compte d'informations externes](#)).

Les problématiques associées à la détermination du niveau de segmentation optimal sont donc nombreuses. Ce travail apparaît toutefois indispensable dans le cadre de la logique de transparence attendue dans Solvabilité II, y compris pour la formule standard du pilier 1.

3.2 Conclusion et perspectives de recherche

Suite au travail présenté, il apparaît plusieurs perspectives de travaux complémentaires :

- Le risque d'estimation pourrait être traité en tenant compte dans le ré-échantillonnage des interdépendances entre les âges ou les années dans les décès, sachant qu'elles sont vérifiées par plusieurs études (cf. Booth et Tickle [2008] et Loisel et Serant [2007]).
- Une analyse de l'interdépendance entre les trois sources de risques systématiques (risques d'estimation, de modèle et d'avis d'expert) pourrait également être menée.
- Une réflexion pourrait être utile sur la responsabilité de l'assureur dans la prise en charge des risques systématiques. En effet, si aujourd'hui ces risques sont régulièrement gérés par l'assureur à travers la constitution de provisions prudentes et d'un capital de solvabilité approprié, demain il pourrait être envisagé qu'ils privilégient un partage et/ou un transfert de tout ou partie de ces risques systématiques (à travers les marchés financiers, les réassureurs, les autorités publiques, les assurés eux-mêmes, etc.), afin de ne conserver que le risque mutualisable (cf. Planchet et Leroy [2011]).

- Booth H., Tickle L. [2008] « [Mortality modeling and forecasting: A review of methods](#) », *The Australian Demographic and Social Research Institute*, WP3.
- Brouhns N., Denuit M. [2002] « [Risque de longévité et rentes viagères – I. Évolution de la mortalité en Belgique de 1880 à nos jours](#) », *Belgian Actuarial Bulletin*, Vol. 2, No. 1.
- Brouhns N., Denuit M., Vermunt J. K. [2002] « [A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables](#) », *Insurance: Mathematics and Economics*, No. 31.
- Delwarde A., Denuit M. [2006] « Construction de tables de mortalité périodiques et prospectives », *Economica*.
- Kamega A., Planchet F. [2013], « [Construction de tables de mortalité prospectives sur un groupe restreint: mesure du risque d'estimation](#) », *Bulletin Français d'Actuariat*, Vol. 13, No. 25.
- Kamega A., Planchet F. [2012], « Actuariat et assurance vie en Afrique subsaharienne francophone – Outils d'analyse de la mortalité », *Seddit*.
- Loisel S., Serant D. [2007], « [In the core of longevity risk: hidden dependence in stochastic mortality models and cut-offs in prices of longevity swaps](#) », *Cahiers de recherche de l'ISFA*, WP2044.
- Planchet F., Leroy G. [2011] « [Problématiques associées au partage des risques](#) », *La Tribune de l'Assurance*, n. 160.
- Planchet F., Thérond P. [2011] « Modélisation statistique des phénomènes de durée - Applications actuarielles », *Economica* (2^{ème} édition).

Aymric Kamega

aymric.kamega@univ-brest.fr

EURIA

Université de Bretagne Occidentale

6 avenue le Gorgeu

CS 93837

29238 Brest Cedex 3

Tél : +33-2-98-01-66-55

www.euria.univ-brest.fr

<http://afrique.ressources-actuarielles.net>